Universidade Federal de Mato Grosso

AULA 03 – Estatística

Prof. Lucas Bianchi

Cuiabá, 18 de julho de 2016

Na aula de hoje, estudaremos:

- ✓ Noções de conjunto
- ✓ Experimento aleatório
- ✓ Espaço amostral e eventos
- ✓ Operações com eventos
- ✓ Probabilidade clássica e frequentista
- ✓ Probabilidade condicional
- ✓ Teorema de Bayes

Probabilidade

As probabilidades são utilizadas para exprimir a chance de ocorrência de determinado evento. O estudo das probabilidades é importante pois elas são a base para o estudo estatístico.

A teoria de probabilidades tem por objetivo o estudo de fenômenos aleatórios. Um fenômeno é chamado de aleatório se ele tem a seguinte propriedade: **quando observado repetidamente sob as mesmas condições ele produz resultados diferentes**.

Vejamos alguns exemplos:

- Jogar uma moeda repetidamente e observar o resultado da face de cima;
- Jogar um dado e observar o número mostrado na face superior;
- Número de filhos de um casal.

Observação: quando a possibilidade de repetir o fenômeno está na mão do experimentador, este fenômeno aleatório é chamado de experimento aleatório.

Espaço amostral

Espaço amostral (Ω) - é o conjunto de todos os possíveis resultados de um experimento.

Exemplos:

Lançamento de **um** dado não viciado.

$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

Lançar uma moeda **duas** vezes e observar as faces obtidas

$\Omega = \{(Ca,Ca),(Ca,Co),(Co,Co),(Co,Ca)\}$

Eventos

Qualquer subconjunto de um espaço amostral é um evento.

Exemplos:

Se o experimento é lançar uma moeda e verificar a face voltada para cima, o espaço amostral é o conjunto

Ω = {cara, coroa}.

Evento={cara}

Para o lançamento de um dado de seis faces, o espaço amostral é

$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

Evento ={2}

No lançamento de um dado pode-se interessar, por exemplo, somente na ocorrência de número ímpares.

O **subconjunto** $A = \{1, 3, 5\}$ do espaço amostral Ω representa o evento A definido pela ocorrência de números ímpares.

Ponto amostral - é apenas um elemento do espaço amostral.

Exemplo: Considere o lançamento de um dado.

- O primeiro fato a observar é que existem apenas 6 resultados possíveis, as faces 1, 2, 3, 4, 5, 6.
- O segundo fato é uma suposição sobre o dado: em geral, é razoável supor que este seja equilibrado. Assim, cada face deve ocorrer o mesmo número de vezes e, portanto, essa proporção deve ser 1/6.

Nessas condições, nosso modelo probabilístico para o lançamento de um dado pode ser expresso da seguinte forma:

Tabela 1: Modelo probabilístico para o lançamento de um dado não viciado.

Face	1	2	3	4	5	6	Total
Frequência	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	1

Exemplo: Consideramos uma atlética composta por: 22 mulheres (M) e 18 homens (H), uma pessoa será sorteada para ganhar o kit de prêmios. Queremos saber as probabilidades de o ganhador ser do sexo masculino ou feminino. Supondo que o sorteio seja honesto e que cada pessoa tenha igual chance de ser sorteada, teremos o modelo probabilístico na tabela abaixo:

Tabela 2: Modelo probabilístico do sorteio do kit da atlética.

Sexo	F	M	Total
Frequência	$\frac{22}{40}$	$\frac{18}{40}$	1

Exercício 1: Uma fábrica produz um determinado produto. Da linha de produção são retirados 3 produtos e cada um deles é classificado como bom (B) ou defeituoso (D). Um espaço amostral do experimento é:

$$\Omega = \{BBB, BBD, BDB, DBB, DDB, DBD, BDD, DDD\}$$

Escreva os eventos abaixo e determine sua probabilidade.

a) Evento A: 2 produtos defeituosos.

b) Evento B: 3 produtos bons.

Exercício 2: Suponhamos que uma mulher esteja grávida de trigêmeos. Sabemos que cada bebê pode ser do sexo masculino (M) ou feminino (F).

a) Quais as possibilidades para a sequência de nascimento das três crianças ?
b) Qual o modelo probabilístico para esse experimento?
c) Se o interesse fosse apenas o sexo feminino, qual seria a tabela do modelo probabilístico para o sexo referido?

a)

{(MMM),(MMF),(MFM),(FMM),(MFF),(FMF),(FFM),(FFF)}

Logo, cada sequência de nascimentos têm 1/8 de probabilidade.

b)

Tabela 3: Modelo probabilístico para a sequencia de nascimentos.

Sexo	MMM	MMF	MFM	FMM	MFF	FMF	FFM	FFF	Total
Freq	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	1

c) {(MMM),(MMF),(MFM),(FMM),(MFF),(FMF),(FFM),(FFF)}

Tabela 4: Modelo probabilístico para a sequencia de nascimentos.

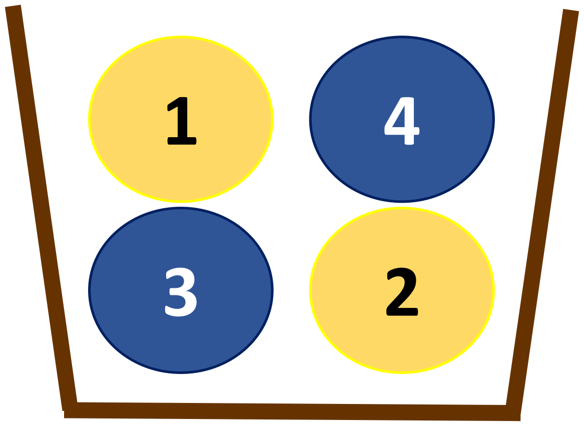
Feminino	0	1	2	3	Total
Freq	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$	1

Exercício 3: Uma urna contém 4 bolas, das quais 2 são amarelas (numeradas de 1 e 2) e 2 são azuis (numeradas de 3 e 4). Duas bolas são retiradas dessa urna. Defina um espaço amostral apropriado para esse experimento e os seguintes eventos:

A : a primeira bola é amarela;

B : a segunda bola é amarela;

C : ambas as bolas são amarelas.



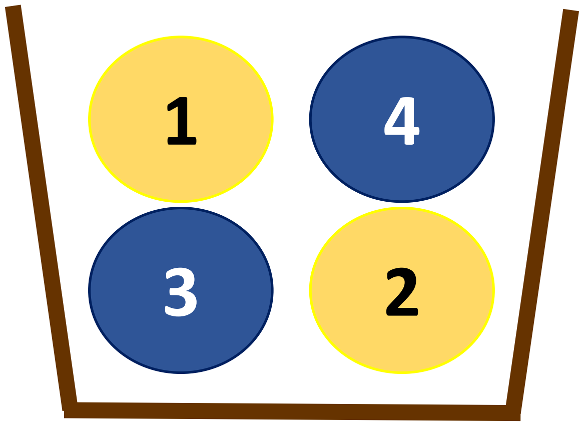
Resultado

$$\Omega = \begin{Bmatrix} (1,2), (1,3), (1,4), \\ (2,1), (2,3), (2,4), \\ (3,1), (3,2), (3,4), \\ (4,1), (4,2), (4,3) \end{Bmatrix}$$

$$A = \begin{Bmatrix} (1,2), (1,3), (1,4) \\ (2,1), (2,3), (2,4) \end{Bmatrix}$$

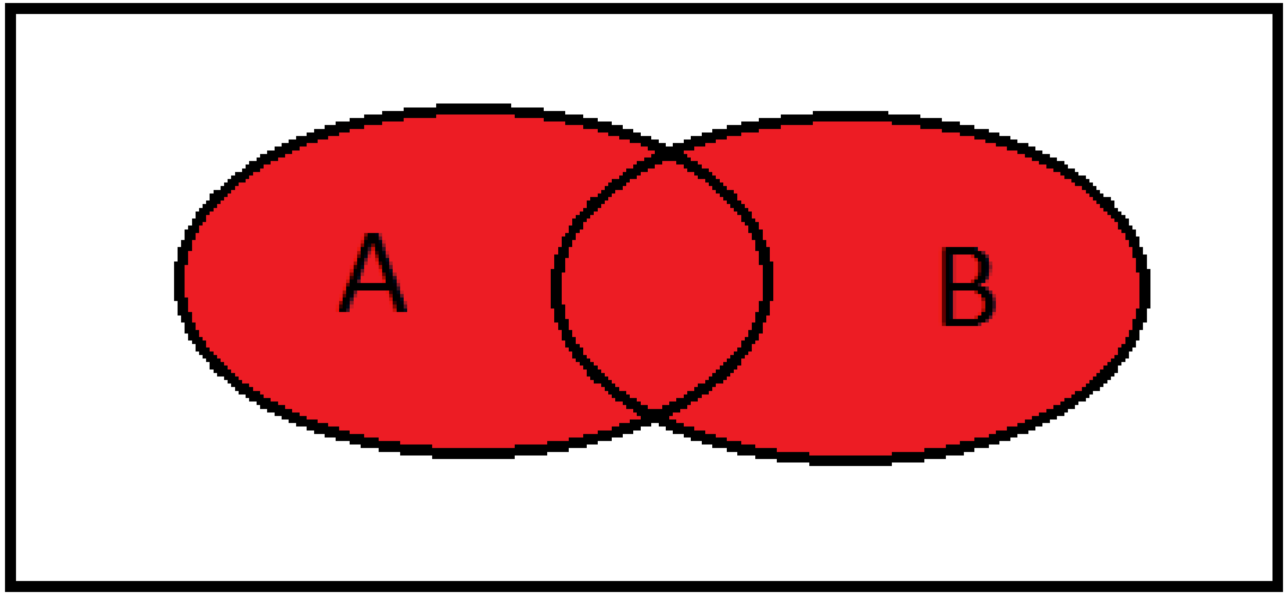
$$\mathrm{B} = \begin{Bmatrix} (2,1), (3,1), (4,1) \\ (1,2), (3,2), (4,2) \end{Bmatrix}$$

$$\mathrm{C} = \{(1,2), (2,1)\}$$

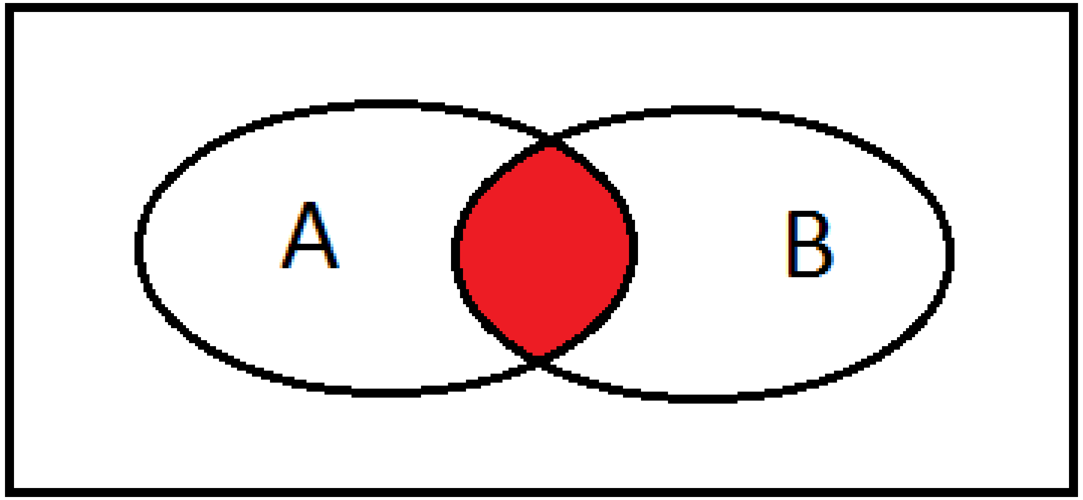


Operações com eventos

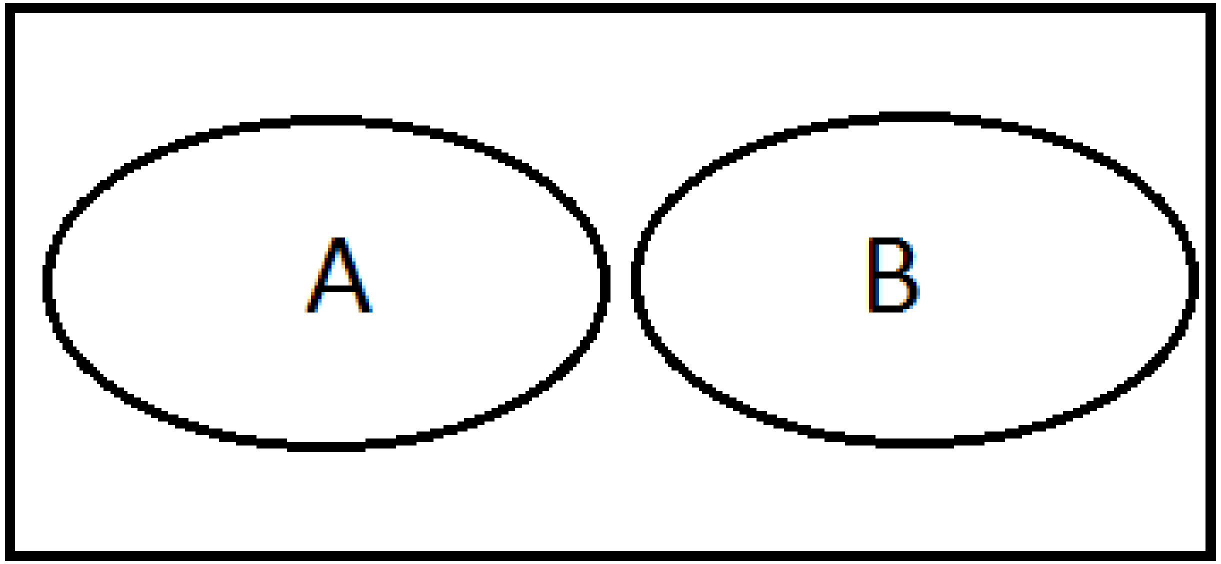
União: O evento União de A e B, denotado A U B, e o evento em que A ocorre ou B ocorre (ou ambos).



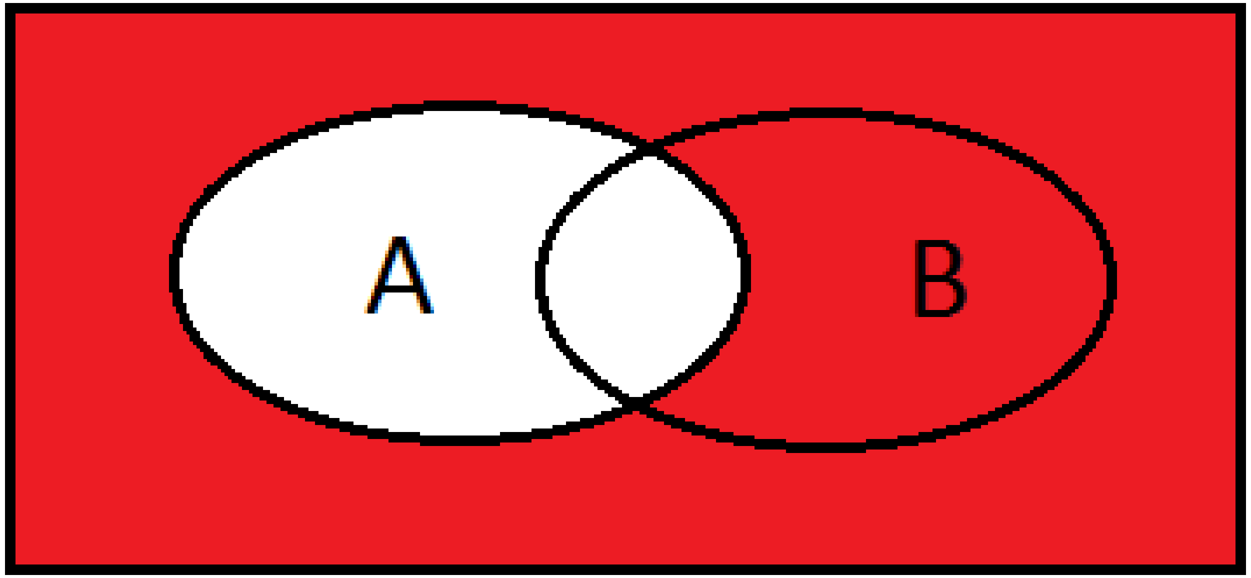
Intersecção: Sejam A e B dois eventos de um mesmo espaço amostral. O **evento intersecção** de A e B, denotado $A \cap B$, é o evento em que A e B ocorrem simultaneamente.

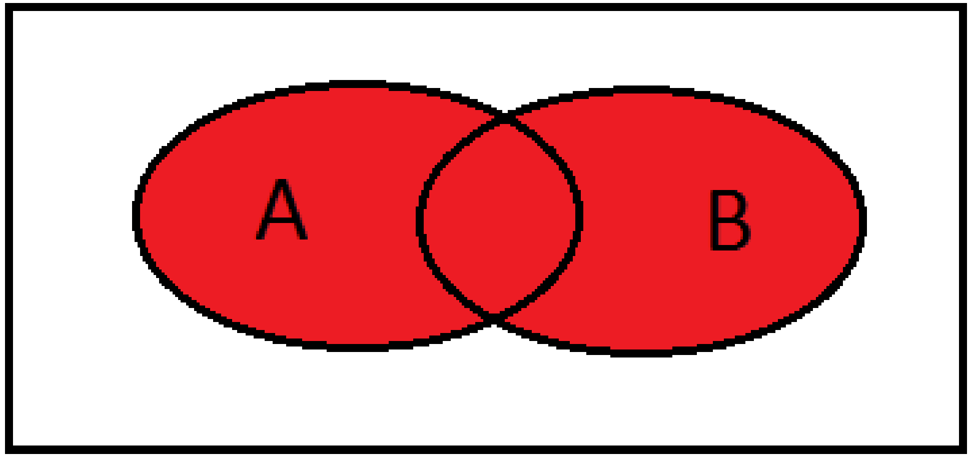


Excludente: Dois eventos A e B são mutuamente exclusivos ou disjuntos se eles não podem ocorrer simultaneamente $A \cap B = \emptyset$.

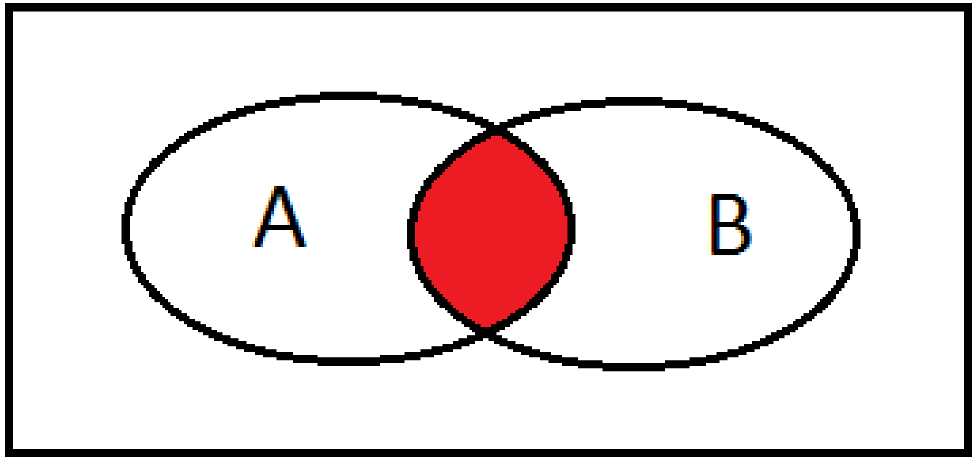


Complementar: O evento complementar de A, denotado A^c , é o evento em que A não ocorre.

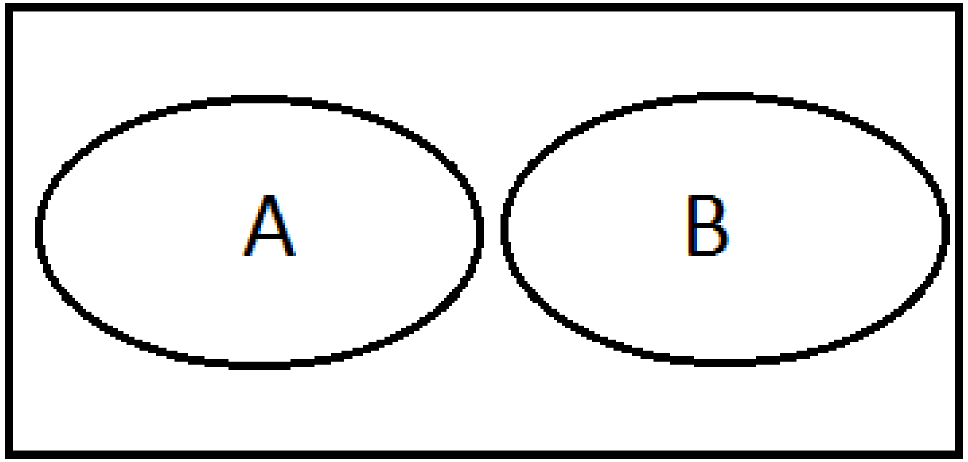




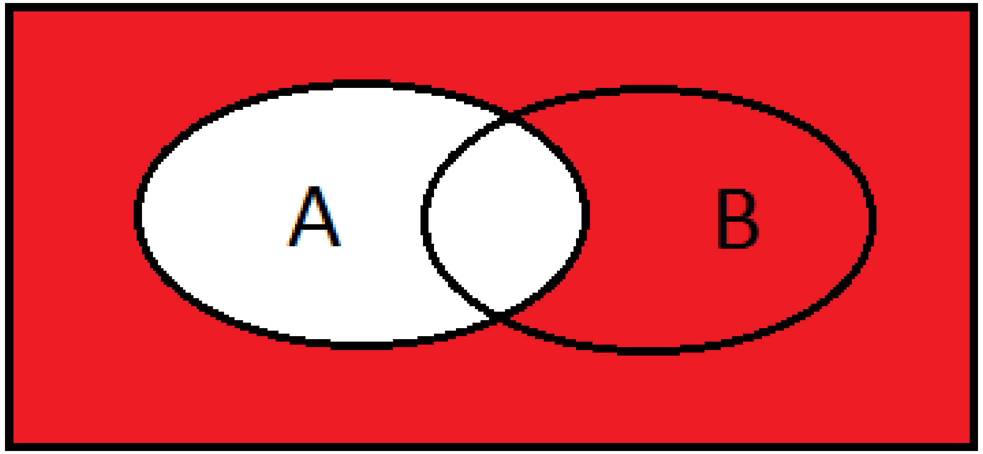
União



Interseção



Excludente



Complementar

Exemplo: Seja o espaço amostral Ω = {1, 2, 3, 4, 5, 6} e considere os eventos:

A = {1, 3, 5} B = {2, 4, 6} C = {3, 4, 5, 6}

A ∩ B = ∅ Conjuntos mutuamente exclusivos ou disjunto

A ∩ C = {3, 5}

A ∪ B = {1, 2, 3, 4, 5, 6} = Ω

A ∩ B^c= {1, 3, 5} = A os elementos de Ω que não estão no conjunto

B ⇒ B^c {1, 3, 5}

Exercício 4: Seja E = {1,2,3,4,5,6} o espaço amostral do experimento "tirar uma bola de uma urna, contendo 6 bolas numeradas de 1 a 6, e observar o número obtido".

Considerando os eventos A = {1,2} , B = {1,3,5} e C ={2,4,6}.

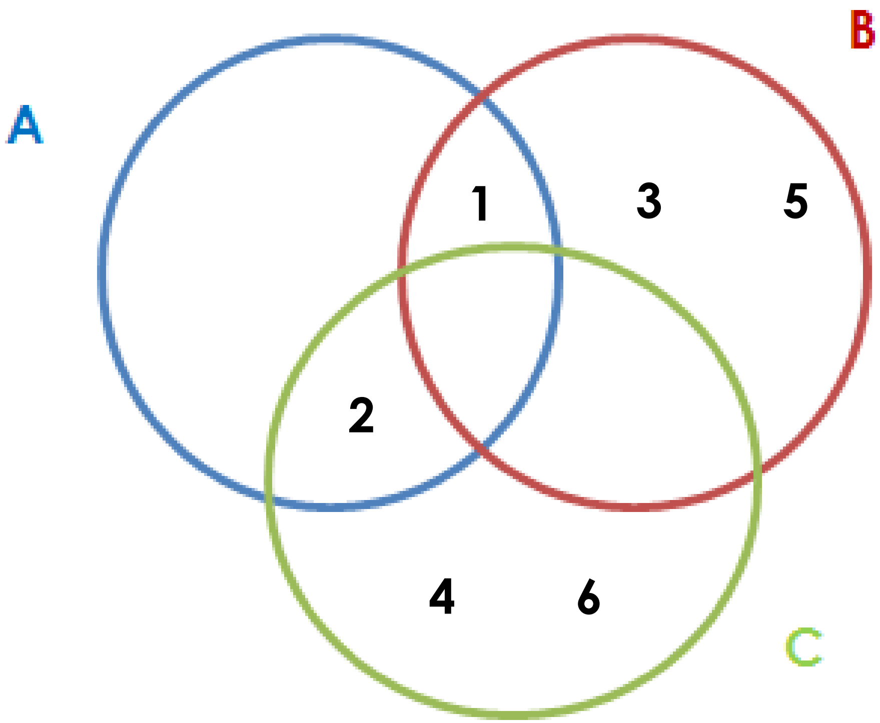
$A \cup B = \{1,2,3,5\}$

$A \cap B = \{1\}$

$A - B = \{2\}$

$B - A = \{3,5\}$

$B \cap C = \emptyset$ (mutuamente exclusivos)



Probabilidade

É a frequência relativa associada a um variável descritora de uma população.

Num espaço amostral Ω, a probabilidade de ocorrer um evento A, representado por P(A), é dado pela medida de A em Ω nas seguintes condições:

Exemplo: A probabilidade de ocorrer face ímpar no lançamento de um dado não viciado é

$$P(A) = \frac{n}{N} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 50\%$$

Algumas propriedades de probabilidade:

- A probabilidade de ocorrência de Ω vale 1, ou seja, $P(\Omega) = 1$
- Probabilidade de em evento certo e de um evento impossível.

$$P(\Omega) = 1; P(\emptyset) = 0$$

- A probabilidade de ocorrência do evento A é não negativa, ou seja,

$$P(A) \geq 0$$

- Como a frequência relativa é um número entre 0 e 1 , o domínio da probabilidade é

$$0 \leq P(A) \leq 1$$

Regra da Adição de probabilidades de dois eventos A e B:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

No exemplo do lançamento de um dado seja os eventos A = {2, 4, 6} e B = {3, 4, 5, 6}. A união entre os dois conjuntos daria {2, 3, 4, 5, 6}. Assim:

$$P(A \cup B) = \frac{3}{6} + \frac{4}{6} - \frac{2}{6} = \frac{5}{6} = 0,83 = 83\%$$

em que $A \cap B = \{4, 6\}$

Probabilidade complementar

$$P(A^c) = 1 - P(A)$$

No exemplo do lançamento de um dado seja o evento A = {3, 4, 5, 6}, então Ac = {1, 2}, logo

$$P(A) = \frac{4}{6} \quad e \quad P(A^c) = \frac{2}{6}$$

utilizando a regra da probabilidade complementar teríamos:

$$P(A^c) = 1 - P(A) = 1 - \frac{4}{6} = \frac{6-4}{6} = \frac{2}{6}$$

Numa pesquisa sobre esporte na escola entrevistou-se 500 alunos, e obteve os seguintes dados:

- 200 alunos não praticam esporte (evento A);
- 150 alunos praticam futebol (evento B);
- 200 alunos praticam basquete (evento C)

Qual a probabilidade de um aluno escolhido ao acaso

a) não praticar esporte?
b) praticar futebol e basquete?
c) praticar futebol ou basquete?

Resultado

a) Probabilidade de não praticar esporte?

$$P(A) = \frac{200}{500} = 0,4$$

Resultado

b) Probabilidade de praticar futebol e basquetebol.

$P(B \cap C) = 200 + 150 + 200 = 550 \Rightarrow 550 - 500 = 50$ (n de alunos que praticam ambos esportes)

$$P(B \cap C) = \frac{50}{500} = 0{,}10$$

Resultado

c) Probabilidade de praticar futebol ou basquetebol.

$$P(B \cup C) = P(B) + P(C) - P(B \cap C)$$

$$P(B \cup C) = \frac{150}{500} + \frac{200}{500} - \frac{50}{500} = \frac{300}{500} = 0{,}60$$

Probabilidade condicional e Independência

A probabilidade condicional surge, por exemplo, quando se deseja calcular a probabilidade de um evento A ocorrer sabendo que um evento B já ocorreu.

Sejam A e B dois eventos associados a um mesmo espaço amostral Ω. Denota-se por $P(A|B)$ a probabilidade condicionada do evento A, quando o evento B tiver ocorrido.

Sempre que calculamos $P(A|B)$, estamos essencialmente calculando $P(A)$ em relação ao espaço amostral reduzido devido a B ter ocorrido, em lugar de faze-lo em relação ao espaço amostral original Ω.

Dados dois eventos A e B , a probabilidade condicional de A dado que ocorreu B é representada por P(A|B) e definida por

$$\mathrm{P(A|B)} = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}, P(B) \neq 0$$

Isso significa que a probabilidade de A ocorrer, dado que B ocorreu, é igual à probabilidade de ocorrência simultânea de A e B dividida pela probabilidade de ocorrência de B.

Regra da multiplicação de probabilidades de dois eventos A e B:

Sejam A e B eventos de um espaço amostral Ω, então:

$$P(A \cap B) = \begin{cases} P(B)P(A/B) \\ P(A)P(B/A) \end{cases}$$

Esse resultado nos permite calcular a probabilidade da interseção de dois eventos e é muito útil para modelar experimentos que têm caráter sequencial, isto é, que são executados em etapas, uma seguida da outra. Em tais situações, pode ser de ajuda desenhar um diagrama de árvore para ilustrar os eventos em questão.

Exemplo: Na tabela a seguir temos dados referentes a alunos matriculados em três cursos de uma universidade em dado ano.

Tabela 5: Alunos por cursos.

Curso\Sexo	Feminino	Masculino	Total
Administração	70	40	110
Engenharia	10	20	30
Geologia	20	15	35
Total	100	75	

Qual a probabilidade de escolhermos um aluno ao acaso e ele ser:

a) Homem (H) e da Administração (Adm)?

b) Homem (H) ou da Administração (Adm)?

c) Engenharia (Eng) ou Geologia (Geo)?

d) De ser um aluno da engenharia dado que é mulher.

a) $P(H \cap Adm) = \frac{40}{175} = 0{,}2285$

b) $P(H \cup Adm) = P(H) + P(Adm) - P(H \cap Adm)$

$$\frac{75}{175} + \frac{110}{175} - \frac{40}{175} = \frac{145}{175} = 0{,}8285$$

c) $P(Eng \cup Geo) = P(Eng) + P(Geo) - P(Eng \cap Geo)$

$$= \frac{30}{175} + \frac{35}{175} - 0 = \frac{65}{175} = 0{,}3714$$

d) $P(Eng|M) = \frac{P(Eng \cap M)}{P(M)} = \frac{\frac{10}{175}}{\frac{100}{175}} = \frac{10}{175}\frac{175}{100} = \frac{10}{100} = 0{,}10$

Das expressões acima resulta a regra do produto, que se refere ao cálculo da probabilidade do evento interseção,

$$P(A \cap B) = P(A|B).P(B)$$

A ordem do condicionamento pode ser invertida. Para três eventos, por exemplo, pode-se escrever

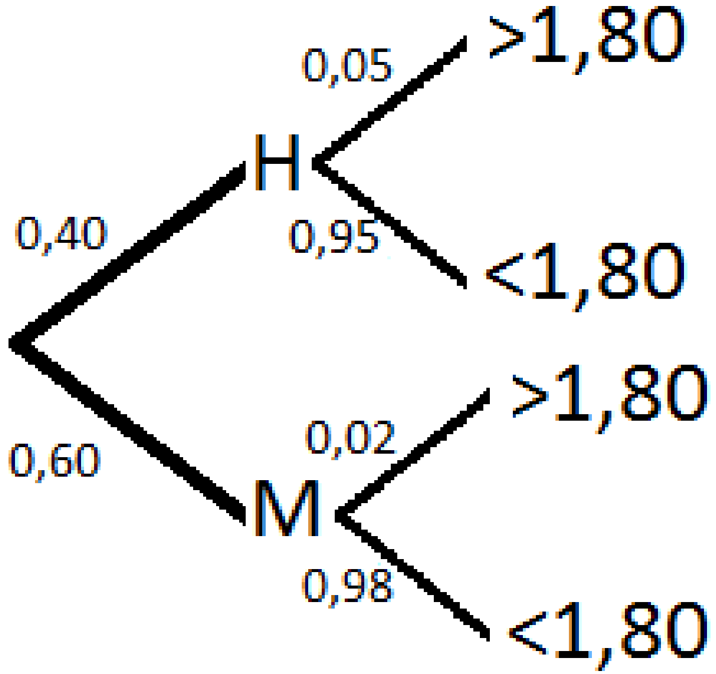
$$P(A \cap B \cap C) = P(A).P(B|A).P(C|A \cap B)$$

Árvore de probabilidade

A construção de uma árvore de probabilidade fornece uma ferramenta muito útil para a solução de problemas envolvendo duas ou mais etapas. A árvore consiste em uma representação gráfica na qual diversas possibilidades são representadas, juntamente com as respectivas probabilidades condicionadas a cada situação. Isso permite, pela utilização direta da regra do produto das probabilidades, associar a cada nó terminal da árvore a respectiva probabilidade.

O uso das árvores de probabilidade ajudam e simplificam o entendimento da aplicação de dois teoremas que serão apresentados a seguir, conforme será visto no exemplo.

Exemplo: Em certo colégio, 5% dos homens e 2% das mulheres têm mais de 1,80m de altura. Por outro lado, 40% dos estudantes são homens. Sorteando-se um estudante aleatoriamente, qual a probabilidade de:



a) Se mulher (M) e mais de 1,80m?

$$P(M \cap > 1,80) = 0,60 \times 0,02 = 0,012$$

b) Ter mais de 1,80m?

$$P(> 1,80) = P(M \cap > 1,80) + P(H \cap > 1,80)$$

$$P(H \cap > 1,80) = 0,40 \times 0,05 = 0,02$$

$$P(> 1,80) = 0,012 + 0,02 = 0,032$$

c) Um estudante é escolhido ao acaso e tem mais de 1,80m. Qual a probabilidade de que o estudante seja mulher?

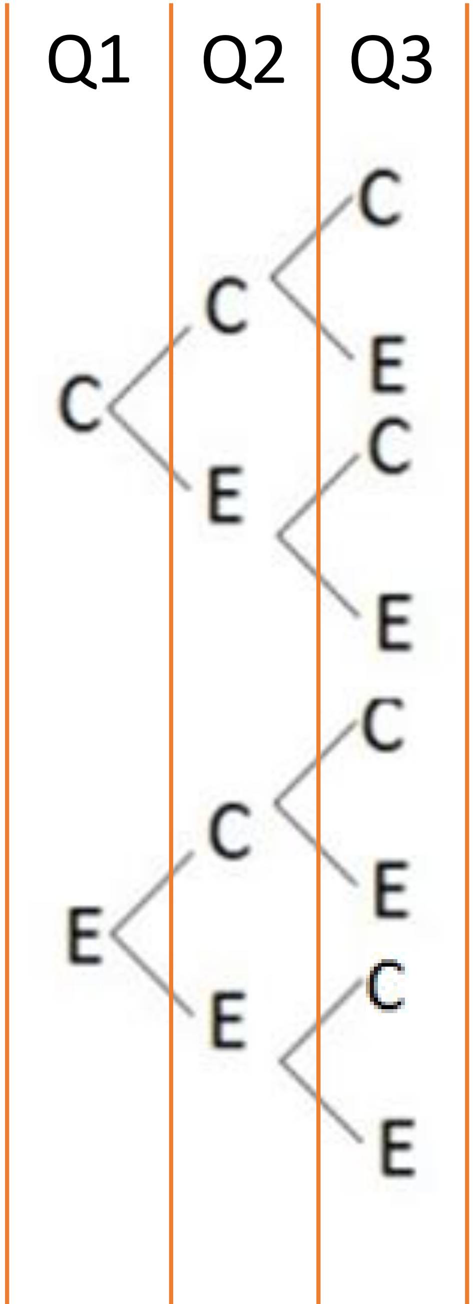
$$P(M | > 1,80) = \frac{P(M \cap > 1,80)}{P(> 1,80)} = \frac{0,012}{0,032} = 0,375$$

Variável aleatória

Variável descritora de populações, cujos valores são associados a probabilidades de ocorrência.

Exemplo: Um estudante é submetido a três questões de múltipla escolha, em cada questão tinha cinco alternativas. Logo a chance de acerta uma questão no chute é 20%.

- Correto (C) - P(C) = 20% = $\frac{1}{5}$
- Errado (E) - P(E) = 80% = $\frac{4}{5}$



$$P(CCC) = \frac{1}{5}\frac{1}{5}\frac{1}{5} = \frac{1}{125}$$

$$P(CCE) = \frac{1}{5}\frac{1}{5}\frac{4}{5} = \frac{4}{125}$$

$$P(CEC) = \frac{1}{5}\frac{4}{5}\frac{1}{5} = \frac{4}{125}$$

$$P(CEE) = \frac{1}{5}\frac{4}{5}\frac{4}{5} = \frac{16}{125}$$

$$P(ECC) = \frac{4}{5}\frac{1}{5}\frac{1}{5} = \frac{4}{125}$$

$$P(ECE) = \frac{4}{5}\frac{1}{5}\frac{4}{5} = \frac{16}{125}$$

$$P(EEC) = \frac{4}{5}\frac{4}{5}\frac{1}{5} = \frac{16}{125}$$

$$P(EEE) = \frac{4}{5}\frac{4}{5}\frac{4}{5} = \frac{64}{125}$$

Pode-se construir uma tabela, em que X é o número de questões corretas e f(x) é a probabilidade de ocorrer o resultado X.

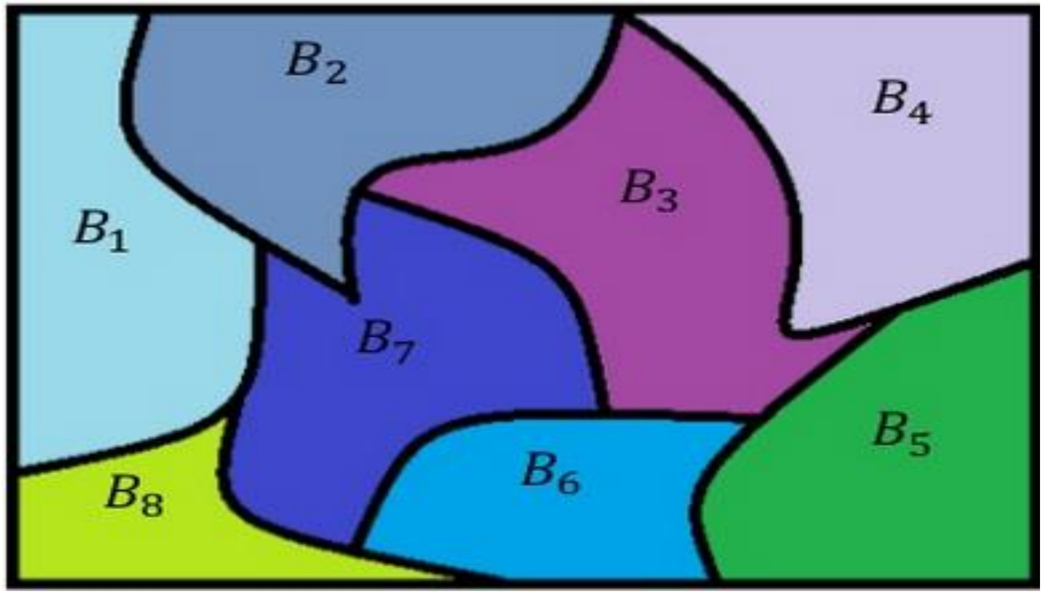
x	0	1	2	3
f(x)	64/125	48/125	12/125	1/125

Nesta tabela X assume os valores (X = 0, 1, 2, 3) que são valores numéricos que descrevem os resultados da experiência, logo os valores de X são de uma variável aleatória.

Uma função que transforma em resultados de um espaço amostral em números reais, chama-se variável aleatória.

- X é o nome da variável aleatória definida. **Exemplo:** número de questões corretas;
- x são os valores assumidos pela variável. **Exemplo:** x = 0, 1, 2, 3.

Partição de um espaço amostral



Uma coleção de eventos B_1, B_2, . . . B_n forma uma partição do espaço amostral Ω se:

I. Os eventos $B_i$são disjuntos dois a dois, isto é, se $B_i \cap B_j = \emptyset \; \forall i \neq j$;

II. A união dos eventos B_i é o espaço amostral Ω, isto é $\bigcup_{i=1}^{n} B_i = \Omega$.

Propriedades das operações

1. Identidade

$A \cap \emptyset = \emptyset$

$A \cup \emptyset = A$

$A \cap \Omega = A$

$A \cup \Omega = \Omega$

2. Complementar

$\bar{\Omega} = \emptyset$

$\bar{\emptyset} = \Omega$

$A \cap \bar{A} = \emptyset$

$A \cup \bar{A} = \Omega$

3. Idempotente

$A \cap A = A$

$A \cup A = A$

4. Comutativa

$A \cap B = B \cap A$

$A \cup B = B \cup A$

5. Associativa

$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$

$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$

6. Distributiva

$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

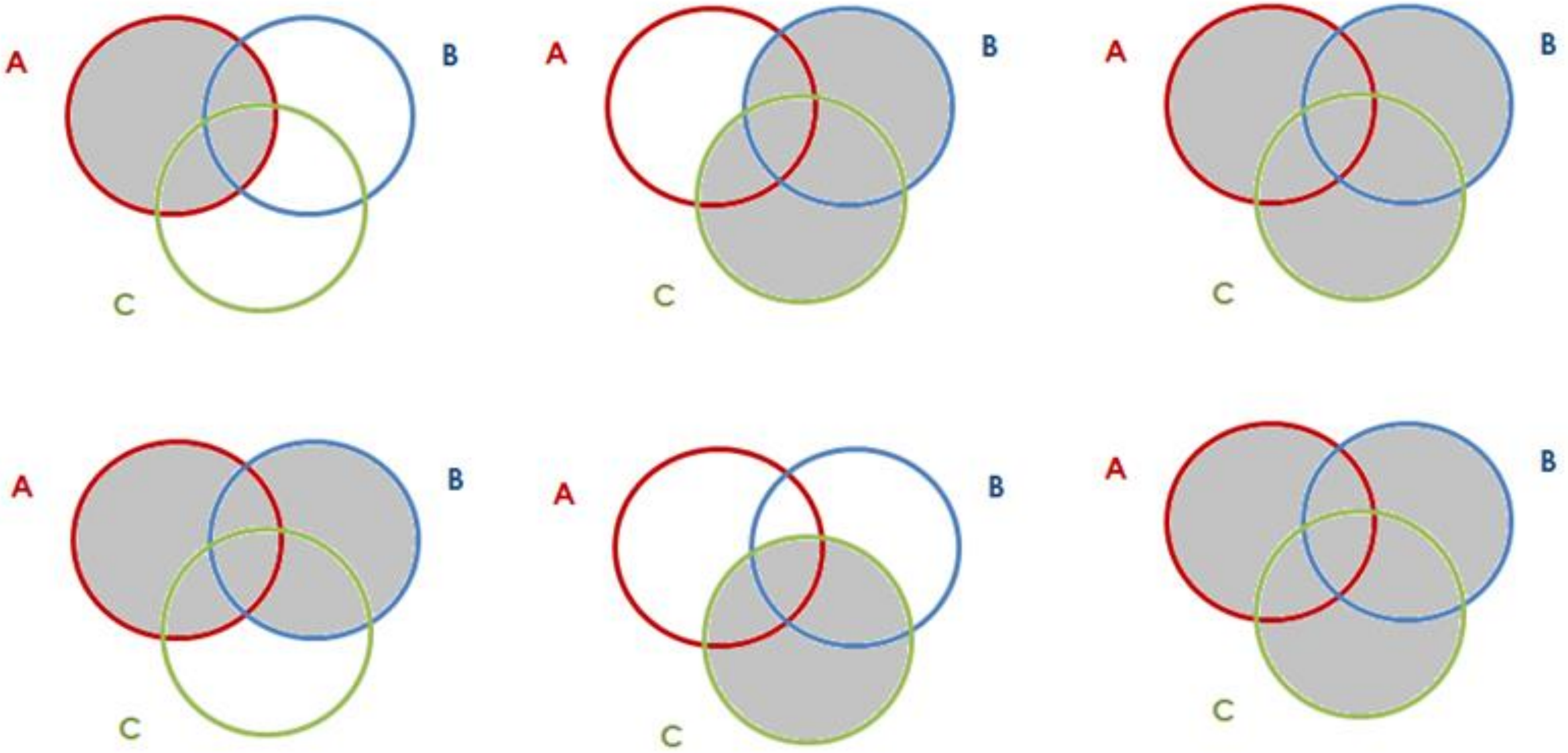
7. Absorção

$A \cap (A \cup B) = A$

$A \cup (A \cap B) = A$

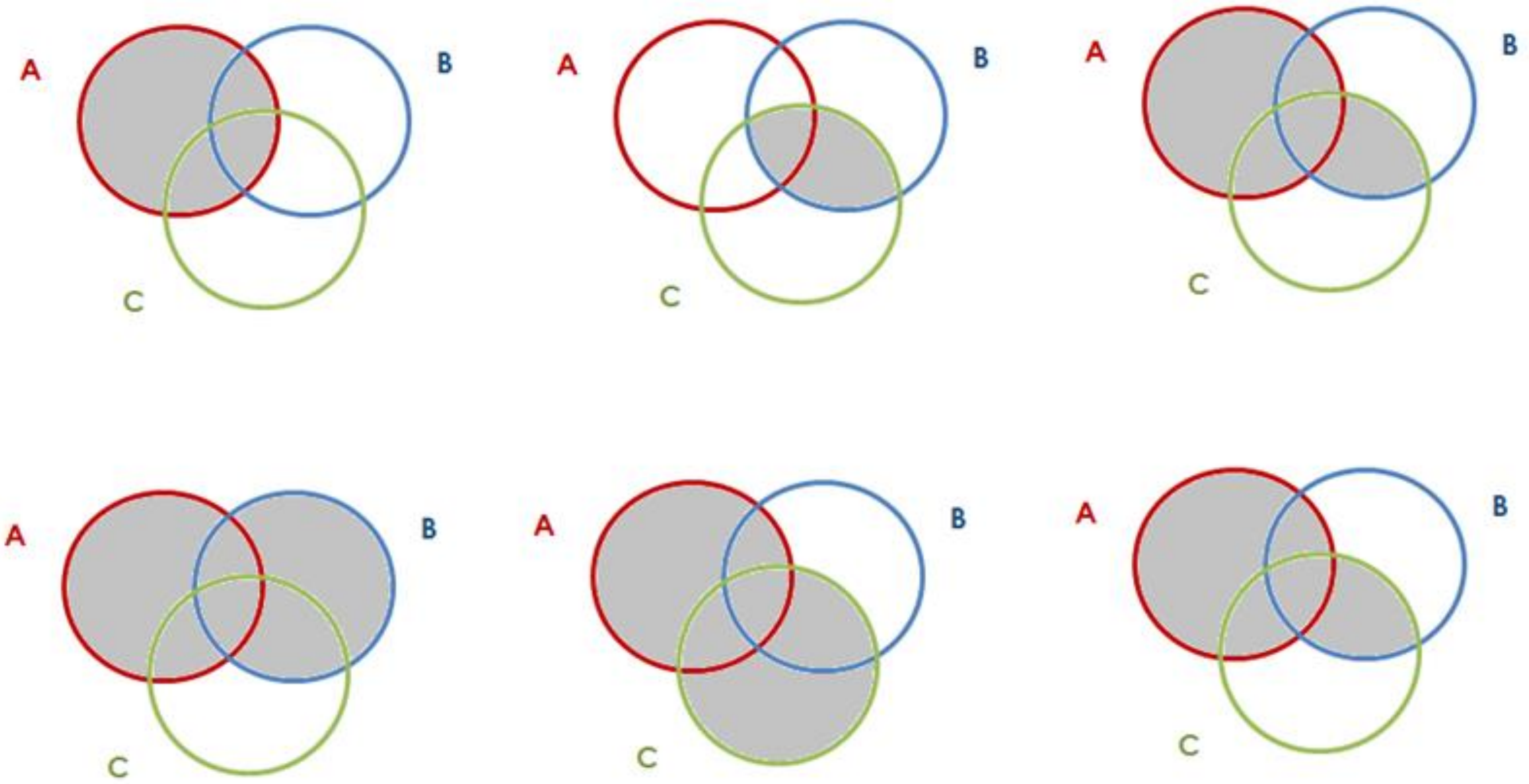
Associativa

$$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$$



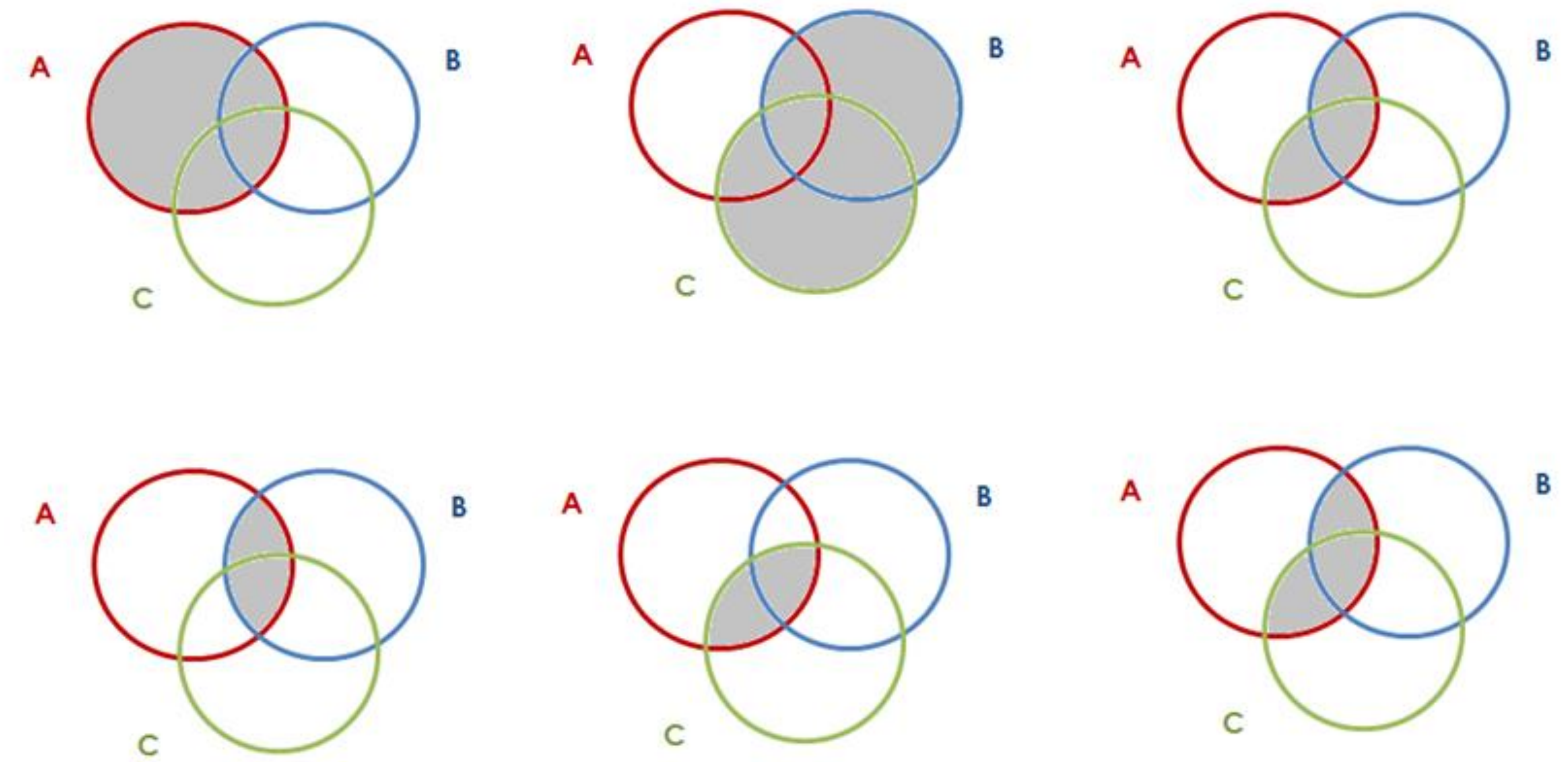
Distributiva

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$



Distributiva

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$



Definição de probabilidade

Clássica: a probabilidade de um evento A como a razão entre o número de elementos de A e o número de elementos de Ω. Vamos nos referir aos elementos de A (o evento de interesse) como sendo os **casos favoráveis**, enquanto os elementos de Ω são os **casos possíveis**, o que nos leva à seguinte definição:

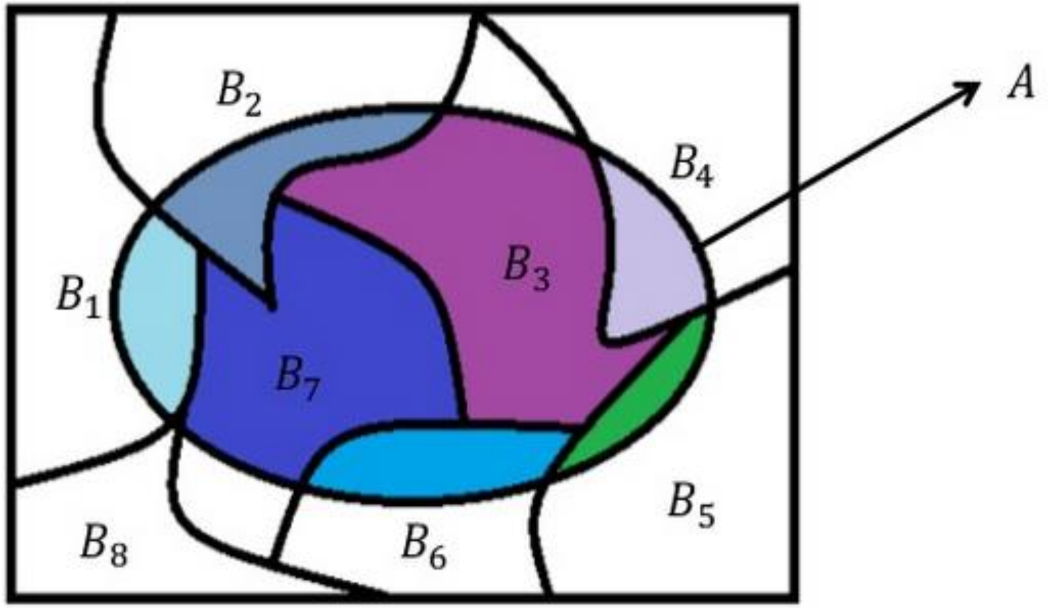
Seja A um evento de um espaço amostral Ω finito, cujos elementos são igualmente prováveis. Define-se a probabilidade do evento A como:

$$P(A) = \frac{número\ de\ casos\ favoráveis}{número\ de\ casos\ possíveis} \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)}$$

Frequentista: Considera-se um experimento que possa ser repetido nas mesmas condições um número “grande” de vezes. Novamente Ω denotará o espaço de resultados do experimento. Seja A um evento cuja probabilidade se deseje calcular. Neste caso o experimento será repetido várias vezes, estimando-se a probabilidade de A pela sua frequência relativa de ocorrência, ou seja:

$$P(A) = \frac{número\ de\ ocorrências\ de\ A}{número\ total\ de\ repetições} \Rightarrow P(A) = \frac{r(A)}{n}$$

Teorema de Bayes



Partição do espaço amostral Ω e A um evento qualquer em Ω

Como a união de todos os Ai's é o espaço amostral, segue que:

$$A = (B_1 \cap A) \cup (B_2 \cap A) \cup \cdots \cup (B_n \cap A)$$

Então, pela lei da probabilidade de eventos disjuntos, podemos escrever:

$$\mathrm{P}(A) = \mathrm{P}[(B_1 \cap A) \cup (B_2 \cap A) \ldots (B_n \cap A)]$$

$$P(A) = P(B_1 \cap A) + P(B_2 \cap A) + \cdots + P(B_n \cap A)$$

$$P(A) = P(B_1 \cap A) + P(B_2 \cap A) + \cdots + P(B_n \cap A)$$

E a regra da multiplicação nos dá que:

$$\mathrm{P}(A) = \mathrm{P}(B_1)\,\mathrm{P}(A|B_1) + P(B_2)\,\mathrm{P}(A|B_2) + \cdots + P(B_n)\,\mathrm{P}(A|B_n)$$

Esse resultado é conhecido como teorema da probabilidade total.

Calculando $\mathrm{P}(B_i|A)$. Por definição temos que:

$$\mathrm{P}(B_i|A) = \frac{\mathrm{P}(B_i \cap A)}{\mathrm{P}(A)}$$

Usando a regra da multiplicação e o teorema da probabilidade total, resulta que:

$$\mathrm{P}(B_i|A) = \frac{\mathrm{P(B_i)P(B_i|A)}}{\sum_{\mathrm{j=1}}^{\mathrm{n}} \mathrm{P}\left(\mathrm{B_j}\right)\left(\mathrm{A|B_j}\right)}$$

Esse resultado é conhecido como teorema de Bayes.

Exercício 5: Determinado veículo pode ter problemas mecânicos ou elétricos. Se ele tiver problemas mecânicos, não para, mas se tiver problema elétrico tem de parar imediatamente. A chance de esse veículo ter problemas mecânicos é de 0,2. Já a chance do mesmo veículo ter problemas elétricos é de 0,15 se não houve problema mecânico precedente, e de 0,25 se houve problema mecânico precedente. Agora, calcule:

a) Qual é a probabilidade de o veículo parar em determinado dia?
b) Se o veículo parou em certo dia, qual a chance de que tenha havido defeito mecânico?
c) Qual é a probabilidade de que tenha havido defeito mecânico em determinado dia se o veículo não parou nesse dia?

$a)\ P(E) = P(M)P(E|M) + P(\bar{M})P(E|\bar{M})$

0,2*0,25+0,8*0,15 = 0,17

b) $P(M|E) = \frac{\mathrm{P}(M\cap E)}{\mathrm{P}(E)} = \frac{\mathrm{P}(M)P(E|M)}{\mathrm{P}(E)} = \frac{0{,}2*0{,}25}{0{,}17} \cong 0.294$

c) $P(M|\bar{E}) = \frac{P(M\cap\bar{E})}{P(\bar{E})} = \frac{\mathrm{P}(M)P(\bar{E}|M)}{1-0{,}17} = \frac{0{,}2*0{,}75}{0{,}83} \cong 0{,}181$

Exercício 6: Em uma turma de ciências contábeis 65% dos alunos são do sexo masculino. Sabe-se que 30% dos alunos têm carro, enquanto que essa proporção entre as alunas se reduz para 18%. Sorteia-se ao acaso um estudante dessa turma usando o seu número de matrícula e constata-se que possui um carro. Qual é a probabilidade de que a pessoa sorteada seja do sexo feminino?

Evento
- H= homem
- M= mulher
- C= possui carro
- $\bar{C}$= não possui carro

$$P(H) = 0,65 \Rightarrow P(M) = 0,35$$
$$P(C|H) = 0,30 \Rightarrow P(\bar{C}|H) = 0,70$$
$$\underbrace{P(C|M) = 0,18}_{\text{Informações do texto}} \Rightarrow P(\bar{C}|M) = 0,82$$

Precisamos primeiro saber a probabilidade de uma pessoa ter carro.

$$
\begin{aligned}
P(C) &= P(C \cap M) + P(C \cap H) \\
&= P(M).P(C|M) + P(H).P(C|H) \\
&= 0,35 \times 0,18 + 0,65 \times 0,30 \\
&= 0,258
\end{aligned}
$$

logo:

$$P(M \mid C) = \frac{P(C \cap M)}{P(C)}$$

$$P(M \mid C) = \frac{P(C \cap M)}{P(C)}$$

$$P(M \mid C) = \frac{0{,}063}{0{,}258} = 0.244$$

Exercício 7: Em uma urna contém uma bola preta e uma bola dourada. Em uma segunda urna contém uma bola branca e uma bola dourada. Retirando-se uma bola de cada urna:

a) Mostre o espaço amostral do experimento;
b) Qual a probabilidade de que ambas as bolas sejam da mesma cor?
c) Qual a probabilidade de que ambas as bolas sejam de cor diferente?

Exercício 8: Duas bolas vão ser retiradas de uma urna que contém 2 bolas brancas, 3 pretas e 4 verdes. Qual a probabilidade de que ambas:

a) Sejam verdes?

b) Sejam da mesma cor?

Exercício 9: Um grupo de 60 pessoas apresenta a seguinte composição:
Uma pessoa é escolhida ao acaso. Pergunta-se:

Condição	Número de Pessoas		
	Homens	Mulheres	TOTAL
Menores	15	17	32
Adultos	18	10	28
TOTAL	33	27	60

a) Qual a probabilidade de ser homem?
b) Qual a probabilidade de ser adulto?
c) Qual a probabilidade de ser menor e ser mulher?
d) Sabendo-se que a pessoa escolhida é adulto, qual a probabilidade de ser homem?
e) Dado que a escolhida é mulher, qual a probabilidade de ser menor?